



Расчет потенциалов и токов стимуляции для двухмерной модели скальпа с учетом коэффициентов затекания в мозг

Н.Н. Каркищенко¹, Д.Б. Чайванов^{1,2}, А.А. Вартанов^{1,2}

¹ — ФГБУН «Научный центр биомедицинских технологий ФМБА России», Московская область

² — Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва

Контактная информация: к.ф.-м.н. Чайванов Дмитрий Борисович, chaivanov@yandex.ru

В статье рассмотрены проблемы построения математических моделей распределения токов при транскраниальной микрополяризации, приведена оценка коэффициента затекания тока в ткани мозга. Было описано построение модели в общем случае и сопутствующие сложности, приведена упрощенная модель и рассмотрены различные аспекты ее применения.

Ключевые слова: нейростимуляция, микрополяризация, математическое моделирование.

Как известно, транскраниальная микрополяризация имеет большое значение для лечения различных заболеваний, таких как детский церебральный паралич, задержки психического развития, болезнь Паркинсона, нарушения речи, головные боли [1]. Микрополяризацию применяют также для лечения таких заболеваний как шизофрения с синдромом вербального псевдогаллюциноза, депрессия и др. заболеваний ЦНС [5-9]. Кроме того, известно, что постоянный ток является фактором, стимулирующим рост клеточных структур, особенно это выражено в случае органических повреждений мозга [5, 9]. Для решения прикладных задач создания и совершенствования

методик в этой области важна разработка математических моделей растекания токов по скальпу, черепу, структурам коры больших полушарий головного мозга человека. Примерная оценка токов в зависимости от размера электродов была нами проделана в работе [8].

Система уравнений, описывающая распространение постоянного и низкочастотного тока в скальпе черепа и головном мозге человека, состоит из двух уравнений. Первое векторное уравнение отражает закон Ома для непрерывной среды в приближении пренебрежимо малого реактивного сопротивления, второе — закон сохранения заряда в среде с пренебрежимо малой удельной емкостью.

$$\begin{cases} j = \lambda \cdot grad(\varphi) \\ div(j) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где:

j — плотность тока,

λ — проводимость,

φ — потенциал.

Система уравнений (1) может быть существенно упрощена. Для этого возьмем дивергенцию от левой и правой части первого уравнения системы и, приравнявая дивергенцию плотности тока к нулю согласно второму уравнению системы, получим:

$$div\ j = div(\lambda\ grad\ j) = 0 \quad (2)$$

Такое преобразование позволит нам переписать уравнение (2) в виде:

$$\begin{cases} div(\lambda \cdot grad(\varphi)) = 0 \\ j = \lambda \cdot grad(\varphi) \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, система из 4-х скалярных уравнений (1) свелась к решению одного скалярного уравнения для потенциала и последующего нахождения поля плотности тока посредством простого дифференцирования.

Нужно отметить, что вычисления в описанной трехмерной модели довольно сложны, и ошибка, заключенная в данных о размерах и свойствах среды, оказывает существенное влияние на результат. При использовании опосредованной локализации ошибку привносит большая вариабельность структур мозга у различных субъектов, при непосредственной — низкая точность при распознании МРТ-изображения. Поэтому нами далее рассмотрена упрощенная модель растекания тока при микрополяризации.

Упрощенная модель строится следующим образом. Согласно известным данным, для проводимости тканей головы верно, что проводимость скальпа много больше проводимости черепа, и растекание тока, в основном, происходит по скальпу. Поэтому имеет смысл рассмотреть модель растекания постоянного электрического тока по плоской поверхности от электрода, расположенного на данной поверхности. В качестве электрической модели головы используем 6-слойную модель, промежуточную по точности между 3- и 8-слойной моделями, приводимыми В.В. Гнездицким [3]. Проводимости и размеры основных тканей головы в такой модели приведены в таблице.

Таблица

Проводимости и размеры основных тканей головы

Название ткани	Проводимость (Ом*м)-1	Размеры, мм
Скальп	0,330	5
Верхняя костная пластина	0,004	1,5
Ячеистый слой кости	0,050	4
Нижняя костная пластина	0,004	1,5
Твердая мозговая оболочка	0,01	2
Мозг	0,270	76

В таком случае система уравнений (1) ограничивается на плоскость, но во втором уравнении появляется дополнительный коэффициент, характеризующий затекание тока внутрь черепа через скальп. Система уравнений принимает вид:

$$\begin{cases} j = \lambda \cdot grad(\varphi) \\ div(j) = q \end{cases} \quad (4)$$

Методы решения этой системы с помощью численных методов существенно проще, чем для системы (1) из-за меньшей размерности и отсутствия разрывных коэффициентов, возникающих в системе (1) из-за непостоянности сопротивления тканей головы человека. Система (4) преобразуется аналогично системе (1) к виду:

$$\begin{cases} div(\lambda \cdot grad(\varphi)) = q \\ j = \lambda \cdot grad(\varphi) \end{cases} \quad (5)$$

При этом верно, что $q = Ku$, где K — коэффициент затекания тока.

Для расчета коэффициента затекания тока воспользуемся данными табл. Сопротивление каждого слоя черепа площадью S может быть рассчитано по формуле:

$$R_i = \frac{d_i}{\rho_i \cdot S},$$

где:

d_i — диаметр i того слоя,

R_i — сопротивление i того слоя,

ρ_i — проводимость i того слоя,

S — площадь слоя.

Тогда для трехслойной модели черепа получаем:

$$R_{\text{черепа}} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} \equiv \frac{S}{\left(\frac{\rho_{\text{вкп}}}{d_{\text{вкп}}} + \frac{\rho_{\text{яск}}}{d_{\text{яск}}} + \frac{\rho_{\text{нкп}}}{d_{\text{нкп}}} + \frac{\rho_{\text{тмо}}}{d_{\text{тмо}}} \right)},$$

где индексами *вкп*, *яск*, *нкп*, *тмо* обозначаются соответственно верхняя костная пластина, ячеистый слой кости, нижняя костная пластина и твердая мозговая оболочка. Здесь мы приближенно полагаем, что толщина черепа существенно меньше диаметра головы и, следовательно, площадь всех слоев черепа можно считать одинаковой.

Теперь для плотности тока, затекающего в мозг, получим:

$$q = \frac{I}{S} = \frac{R \cdot u}{S} \equiv \frac{u}{\left(\frac{\rho_{\text{вкп}}}{d_{\text{вкп}}} + \frac{\rho_{\text{яск}}}{d_{\text{яск}}} + \frac{\rho_{\text{нкп}}}{d_{\text{нкп}}} + \frac{\rho_{\text{тмо}}}{d_{\text{тмо}}} \right)},$$

Если в силу больших геометрических размеров и высокой проводимости мозга принять его потенциал равным нулю во всем объеме и, соответственно, положить $u = \phi$, то для коэффициента K будет верно выражение:

$$K = \frac{q}{\varphi} = \frac{1}{\left(\frac{\rho_{\text{вкп}}}{d_{\text{вкп}}} + \frac{\rho_{\text{яск}}}{d_{\text{яск}}} + \frac{\rho_{\text{нкп}}}{d_{\text{нкп}}} + \frac{\rho_{\text{тмо}}}{d_{\text{тмо}}} \right)}.$$

Для достижения наибольшей точности толщины слоев можно получить по данным КТ и/или МРТ. Менее точными могут являться средние данные по популяции с учетом места наложения электрода, и, наконец, проще всего взять усредненные данные из табл. В послед-

нем случае, приводимом нами для примера, получим $K=0,04$.

Нужно задать граничные условия для данной системы. Т.к. при микрополяризации, в основном, используются электроды прямоугольной и эллиптической формы, мы ограничимся рассмотрением именно таких электродов. Ограничим область определения кругом большого радиуса, на границе которого будем считать потенциал нулевым. В центре круга разместим электрод эллиптической или прямоугольной формы, внутри которого положим потенциал равным единице и выполним расчет с такими граничными условиями. Для случая стимуляции током заданной величины необходимый потенциал находится по формуле:

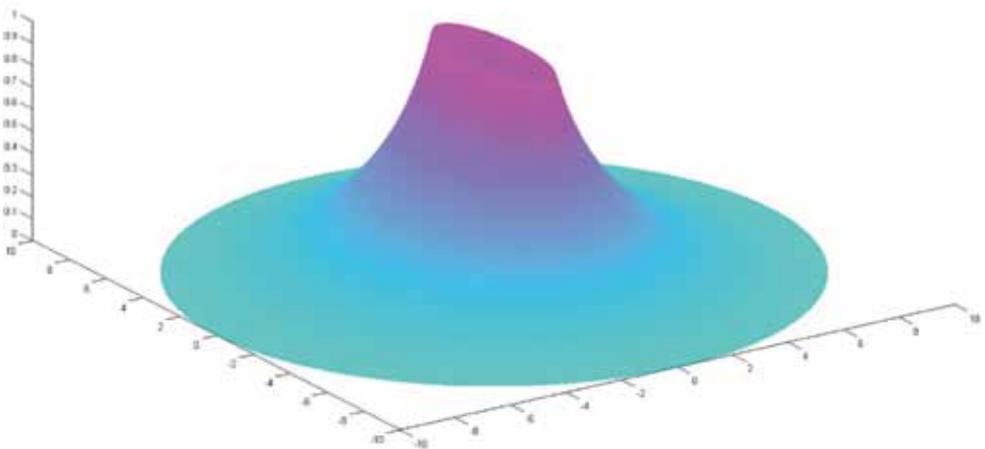
$$U_{реал} = \frac{I}{\sum I_u},$$

где $\sum I_u$ — сумма токов, втекающих

в мозг и растекающихся по скальпу, находящаяся из вычисленного распределения.

Нами была написана компьютерная программа, производящая вычисления в данной модели, в среде MATLAB. Данная система решается с помощью методов MATLAB PDE Toolbox с использованием построения разностной схемы с последующим решением возникающей линейной системы методом конечных элементов.

A



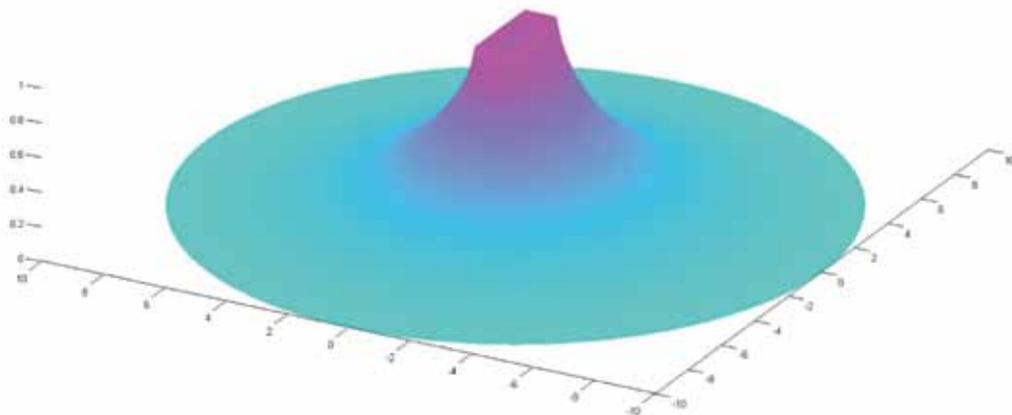
Б

Рис. График рассчитанного потенциала в упрощенной модели. **А** — потенциал при $K = 0,04$, эллиптическая форма электрода; **Б** — потенциал при $K=0,04$, прямоугольная форма электрода.

Сетка для разностной аппроксимации была выбрана необходимым образом с учетом характерных размеров электрода (0,5 см) и головы человека [2, 4]. Программа имеет два основных варьируемых входных численных параметра: сопротивление плоской среды модели и коэффициент затекания K . Полученные данные расчета потенциала при значениях параметров $K=0,04$; $r=1$; $r=0,5$ приведены на рисунке.

Как видно из проведенных нами численных экспериментов, характер распределения потенциала несущественно зависит от геометрической формы электрода и во всех случаях имеет свойство затухать на достаточно большом расстоянии от электрода.

Полученные расчеты позволяют сделать вывод о корректности ограничения области определения кругом достаточно большого радиуса, сделанного в рамках модели, и оценить размер круга неравенством:

$$R \geq 5d,$$

где R — радиус круга, d — диаметр электрода.

Неравенство верно для представляющих интерес значений параметров размера и формы электрода, сопротивления и коэффициента затекания. Напомним, что диаметром произвольной фигуры называется максимальная длина прямолинейного отрезка, соединяющего точки фигуры.

Представленный расчет позволяет получить примерные данные о характере растекания тока при транскраниальной микрополяризации с использованием электродов стандартной формы и сориентироваться в дальнейших исследованиях в этом направлении, с целью оптимизации существующих и разработки новых инновационных методик нейростимуляции.

Список литературы

1. *Бехтерева Н.П., Аничков А.Д., Гурчин Ф.А., Дамбинова С.А., Илюхина В.А. и др.* Лечебная электрическая стимуляция мозга и нервов человека / под ред. Н.П. Бехтеревой. — М.: АСТ; СПб.: Сова; Владимир: ВКТ. 2008. 464 с.
2. *Вартанов А.А., Чайванов Д.Б., Вартанов А.В.* Локализация на скальпе проекций поверхностных структур мозга по атласу Тайлераха. НИЦ «Курчатовский институт». — М., 2011.
3. *Гнездицкий В.В.* Обратная задача ЭЭГ и клиническая электроэнцефалография. — М., «МЕДпресс-информ». 2004. 624 с.
4. *Каркищенко Н.Н., Вартанов А.А., Вартанов А.В., Чайванов Д.Б.* Локализация проекций полей Бродмана коры головного мозга человека на поверхность скальпа // Биомедицина. 2011. № 3. С. 40-45.
5. *Пинчук Д.Ю.* Транскраниальные микрополяризации головного мозга: клиника, физиология. — СПб.: «Человек». 2007. 496 с.
6. *Пономаренко Г.Н.* Физические методы лечения. — СПб. 2002.
7. *Раева С.Н.* Микроэлектродные исследования активности головного мозга человека. — М. 1977.
8. *Чайванов Д.Б., Каркищенко Н.Н.* Математическая модель биофизических процессов при транскраниальной микрополяризации // Биомедицина. 2011. № 3. С. 6-11.
9. *Шелякин А.М., Пономаренко Г.Н.* Микрополяризация мозга. — СПб. 2006.

The calculation of potential and current stimulation for the two-dimensional model of the scalp to the coefficients flowing into the brain

N.N. Karkischenko, D.B. Chayvanov, A.A. Vartanov

The paper considers the problem of constructing mathematical models of current distribution in transcranial, give an estimate of the coefficient of current flowing in the brain tissue. It has been described construction of the model, in general, and related difficulties, a simplified model, and discussed various aspects of its application.

Key words: neurostimulation, transcranial direct current stimulation, mathematical modeling.